

PROPORCIÓN Y GEOMETRÍA: LAS SECCIONES TRANSVERSALES DE LOS TEMPLOS MEDIEVALES. EL CASO DE SEVILLA.

Juan Carlos Gómez de Cózar.

Las reglas del gótico eran tan complejas que nadie que no hubiese pasado por un largo aprendizaje y años de práctica llegaba a dominarlas, mientras que las reglas de Vitrubio resultaban tan sencillas de asimilar, que incluso los obispos las podían comprender, y los príncipes aventurarse a realizar sus propio proyectos.
J. Harvey¹

El trazado ideal de Bidaurreta y sus diferencias con la obra construida.

La aparición del plano de Bidaurreta (realizado entre 1462 y 1492²) en 2008 y su publicación en 2009 fue un gran acontecimiento y una oportunidad para aquellos que se interesan sobre cómo se construía en la Edad Media.

El plano (ya de sobra descrito) muestra cómo trazar la estructura principal de la Catedral de Sevilla. El trazado en planta está acompañado de anotaciones que indican las dimensiones de los elementos constructivos y estructurales (soportes y muros) y la altura de las claves de las distintas naves que conforman el conjunto³.

En la planta aparecen bóvedas cuatrimpartitas de proporciones 4:7-2:3 en la nave principal (con nervio de espinazo) y de 1:1 en las naves colaterales (sin nervio de espinazo). El crucero se formaliza con una bóveda de terceletes cuadrada.

El modo de construir gótico tiene la ventaja de que a partir de la definición en planta de los arranques de las bóvedas éstas pueden construirse sin necesidad de ningún dato más⁴ (v.g. Fig.1). Una vez definidas las bóvedas, si se conoce la altura con respecto al suelo de sus claves la altura completa de los soportes ya es inmediata.

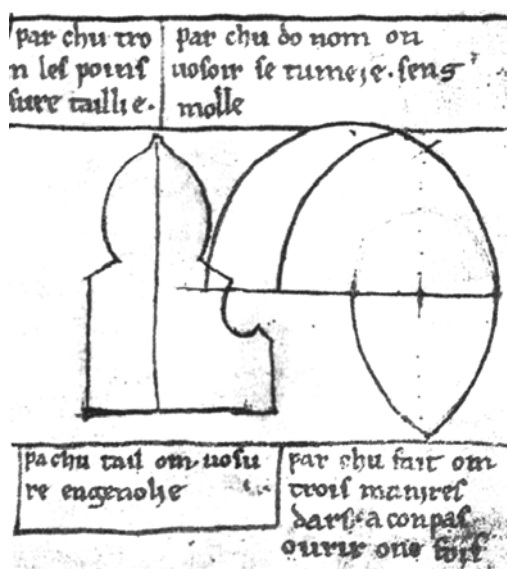


Fig.1. Trazado del Cahier de Villard de Honnecourt.

¹ Harvey 1958.

² Alonso Ruiz y Jiménez Martín 2009.

³ Íbid. Los muros serán de 6 pies y las diagonales de los pilares de 15 pies en el crucero y 12 pies en las naves laterales. Las alturas de las claves de las bóvedas son: 132 pies en la nave central, 93 pies en las laterales y colaterales y 51 pies en las capillas.

⁴ En la figura 1 puede observarse claramente como se define el trazado de los arcos de forma utilizando para todos el mismo radio. Éste se corresponde con el de los ojivos de geometría semicircular.

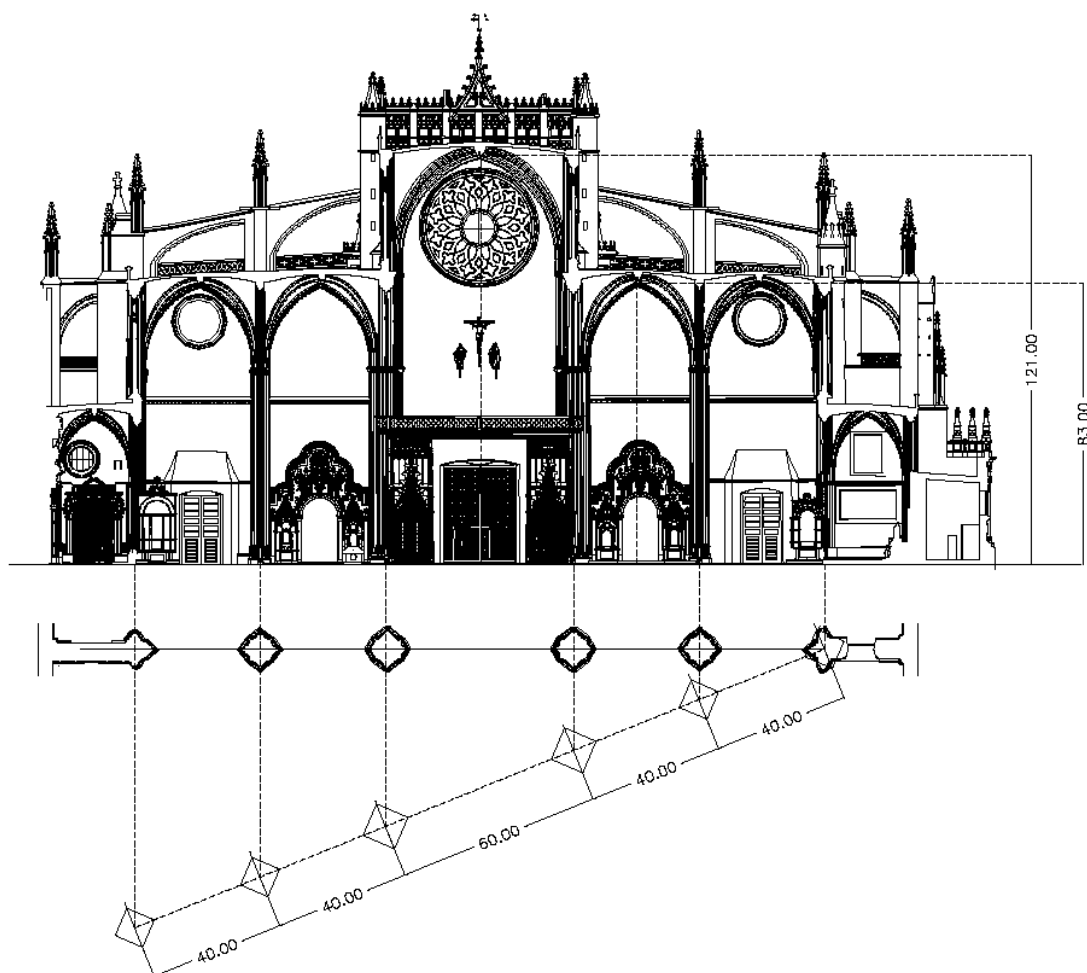


Fig. 2. Adaptación del trazado original en planta y sección (figura del autor sobre planimetría de A. Almagro).

Cuando se ha analizado el plano, se ha puesto de manifiesto que la construcción final no se corresponde exactamente con lo dibujado, como cabía esperar. Los que nos dedicamos a la arquitectura sabemos que lo que definitivamente se construye, en muchos casos no se corresponde con los dibujos iniciales. Hay multitud de motivos que pueden provocar variaciones. Si el diseño es correcto tendrá capacidad de adaptarse. Si, por el contrario, es caprichoso la adaptación será imposible.

Lo interesante de la situación, tal como ha estudiado el Prof. F. Pinto⁵ es lo fácil que fue adaptar, en planta, el plano original a la realidad del lugar. Éste, como es sabido, no era un solar libre de obstáculos, sino que estaba ocupado por la readaptación cristiana de la antigua mezquita que se iba demoliendo a la vez que se construía el nuevo templo.

La figura 2, muestra una aproximación a la contracción transversal que se produjo sobre el dibujo original. Como se observa, se trata de una reducción proporcional de todos los vanos con objeto de adaptarlos a un ancho más corto.

Quizá la cuestión más interesante sea que la reducción también se produjo en altura. Los soportes que definitivamente se construyeron, eran menos altos y más esbeltos⁶.

⁵ Pinto Puerto 2009.

⁶ Alonso Ruiz y Jiménez Martín 2009. Los grosores de los elementos constructivos se reducen casi un pie y los pilares son de 12 pies en las naves laterales y colaterales, de 13 pies en la central y la cabecera y de 15 pies los cuatro que sustentan el cimborrio.

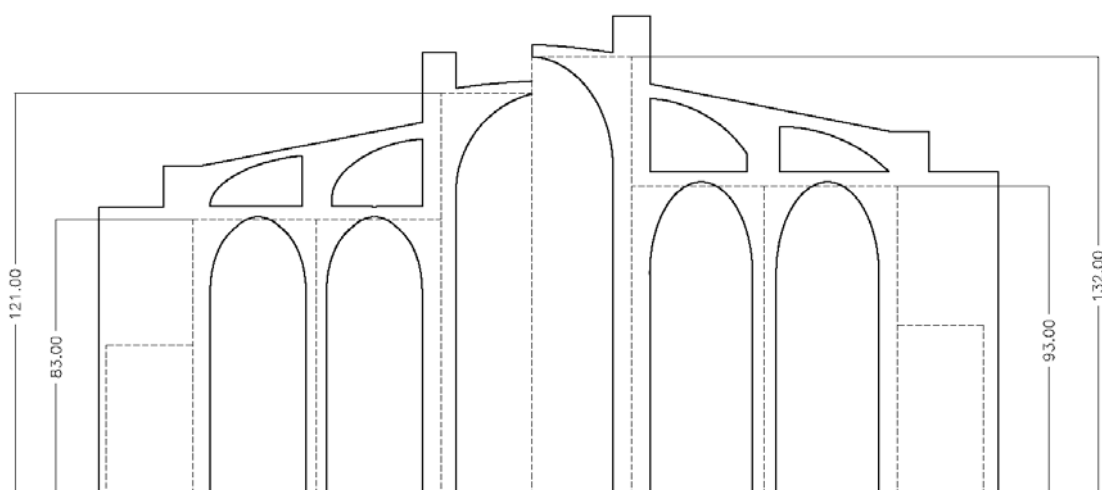


Fig. 3. Comparación de secciones transversales. Catedral de Sevilla (a la izquierda) – Traza de Bidaurreta (a la derecha).

Nuestra impresión, a partir de los datos disponibles, es que el recorte de altura de los soportes es uniforme y de valor próximo a 10 pies (unos 3,00 metros). Siendo así, las posiciones relativas de las alturas de los arranques de las distintas bóvedas se mantienen con dimensiones muy parecidas en los dos diseños, sin ninguna proporcionalidad (v.g. Fig. 3). Para los soportes, la zona comprendida entre la altura de la clave de las bóvedas altas y el arranque de las bóvedas bajas, es la zona más delicada a efectos de estabilidad.

Esta comunicación pondrá de manifiesto lo que hubiera sucedido si la sección transversal de la Catedral de Sevilla se hubiera construido con las dimensiones originales y que cambios de comportamiento mecánico surgieron al reducir la altura y las dimensiones de los soportes.

Con objeto de entender correctamente el diseño de la solución de sección transversal de la Catedral de Sevilla, a continuación se analizan sus precedentes más interesantes.

Secciones transversales de templos medievales.

Si construir edificios sólo estuviera relacionado con apilar piedras (o cualquier otro material), la arquitectura habría avanzado muy poco. La capacidad de adaptar una forma resistente (construida con unos materiales determinados) a un espacio definido a partir de sus necesidades (funcionales y de cualquier tipo) es lo que hace que la arquitectura adquiera sentido y significado⁷.

Una vez superadas las necesidades de cobijo, es necesario dotar a los espacios de atributos que permitan desarrollar todo tipo de actividades. Funciones básicas como la iluminación y ventilación naturales deberían estar implícitas en cualquier diseño. Uno de los motivos por los que el Panteón de Roma (v.g. Fig.4) posee un óculo central es para permitir lo que decimos compatibilizado con una estructura masiva que no puede permitirse el lujo de grandes huecos porque alterarían su continuidad.

⁷ Normalmente se acostumbra a tomar la planta como la vista fundamental para entender un edificio. Sin embargo, entendemos que es en la sección transversal en donde realmente se materializan tanto el espacio como la canalización de fuerzas hacia la cimentación.



Fig.4. Interior del Panteón de Roma (fotografía de R.

En el Imperio Romano también se construyeron bóvedas de arista. Éstas presentan la ventaja de que, si están apoyadas de forma correcta, transmiten gran parte de su efecto en los apoyos por las aristas, con lo que puede iluminarse y ventilarse el espacio sin comprometer la estabilidad del conjunto.

En la figura siguiente (v.g. Fig.5) se observa la Basílica de Majencio (27,00 m de luz superior a cualquiera de la Edad Media). La nave central con bóvedas de arista está elevada sobre las naves laterales (resueltas con bóvedas de cañón). Para que esta elevación se resuelva, es necesario usar grandes contrafuertes que arrancan desde las particiones de las naves laterales. Estos elementos son masivos y pesados y no contribuyen a una circulación fluida en una planta, necesariamente, dividida en tres naves. Este modo de construir, masivo, está presente desde la más remota

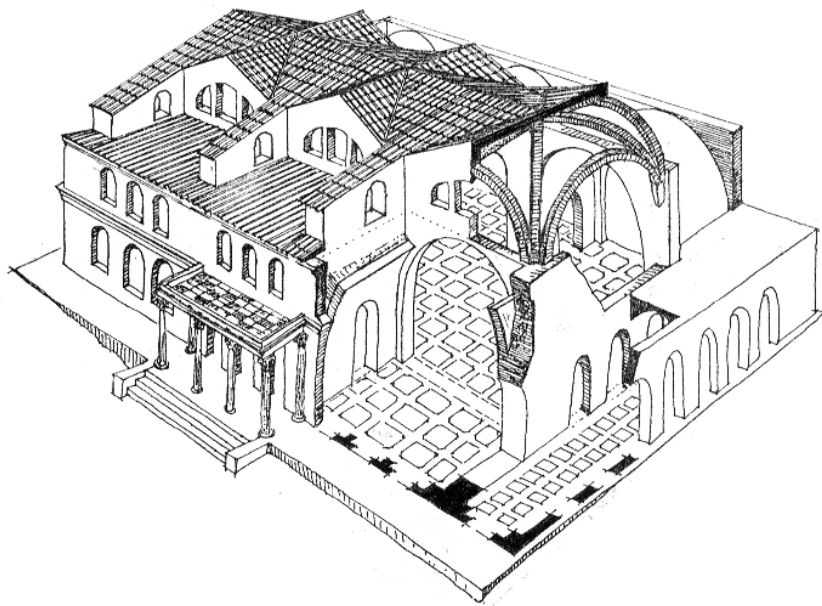


Fig.5. Basílica de Majencio (fotografía de R.

antigüedad. Como se observa está relacionado con proporcionar un ancho suficiente de material resistente para que, en su interior, las fuerzas encuentren un camino hasta el suelo.

Aunque el modo anterior estuvo muy extendido, no fue el único. En el Imperio Oriental, Bizancio, se construía de un modo distinto, *más directo*. Las bóvedas se construían por imposición no por intersección y resolvían la transición hacia sus apoyos con *trozos de bóvedas* (v.g. Fig.6). Con lo que, frente a los macizos anteriores, se están disponiendo elementos con una forma apropiada que permiten canalizar las acciones. Por último, si nos fijamos en el mundo árabe, podemos observar cómo, otra vez, frente a la disposición de macizos, se utilizan las nervaduras como recurso de control, de construcción y de transmisión de acciones (v.g. Fig 7).

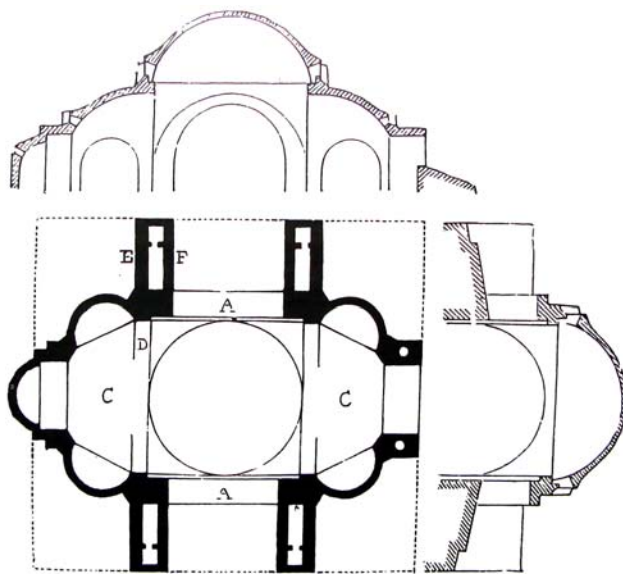


Fig. 6. Santa Sofía de Constantinopla. Planta y secciones (Choisy)

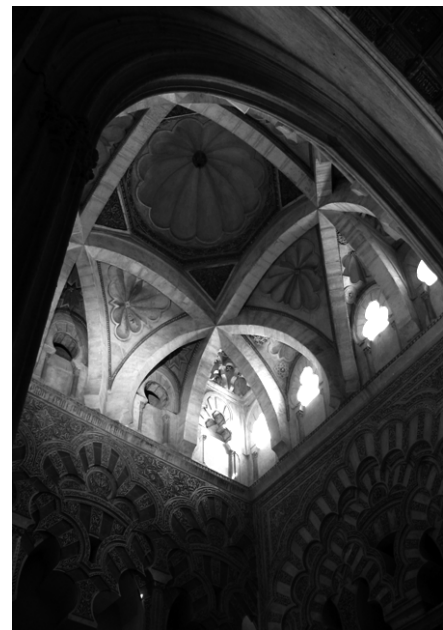


Fig. 7. Capilla de Villaviciosa (R. Benítez)

Las secciones transversales de templos europeos precedentes a la Catedral de Sevilla, presentan una evolución que tiene bastante que ver con lo que enunciábamos en el párrafo anterior. Llega un momento que, para construir a cierta escala, la solución masiva continua no es posible, sobre todo, si lo que se pretende es elevar una nave una altura considerable por encima de las demás. Para conseguirlo es necesario aligerar la construcción, pues el recurso del ancho suficiente para proporcionar estabilidad es demasiado pesado. Con lo que, paulatinamente, la sección se va transformando provocando cambios en las cubiertas (sobre todo las naves altas en donde se busca la solución más ligera posible resuelta, casi siempre, con una cubierta de madera independiente de las bóvedas que se transforma en un techo de piedra), aligeramiento de secciones e introducción de nuevos elementos con capacidad de apuntalar las bóvedas (arbotantes) sin añadir mucha más carga al conjunto.

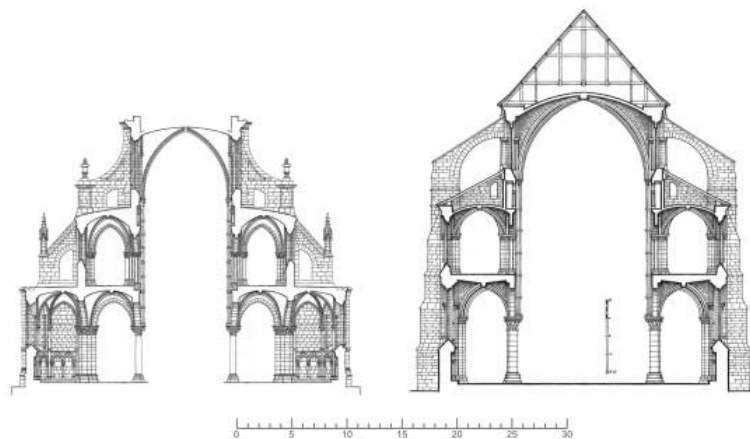


Fig.8. Secciones de las catedrales de Noyon (i.1150) y Laon (i.1162) (Acland)

La figura anterior (v.g. Fig.8) muestra las secciones de las iglesias de Noyon (1150) y Laon (1162).

Las dos, con luces de nave principal de 8,80 y 13,00 m respectivamente, presentan elementos de apoyo y contrarresto muy macizos. De hecho, sus laterales tienen aspecto de contrafuertes a los que se les han practicado huecos en los lugares oportunos. Cabe destacar que junto a la bóveda alta, hasta que aparece la primera bóveda lateral, en ambos casos, el trozo de estribo que queda sin macizar es mínimo. A partir de ese punto, una vez contrarrestado el empuje, el estribo se convierte en pilar preparado para recibir acciones verticales.

En el caso de Laon observamos cubiertas de madera, como decíamos, sobre las bóvedas de la nave principal y laterales.

Las secciones de Bourgues, Reims, Amiens, Beauvais presentan características comunes (v.g. Fig.9). En todas podemos apreciar lo desplazado que queda el arranque de la bóveda central respecto al de las laterales. De tal modo que la nave principal emerge respecto al conjunto buscando una altura próxima a 40,00 m en todos los casos, con anchuras de nave principal entre 15,00 y 16,00 m. Para conseguir esto, notamos cambios importantes en todas las secciones. El contrafuerte macizo junto a la bóveda alta se ha transformado en dos arbotantes dispuestos en posiciones próximas al arranque y la clave del arco formero. Teniendo en cuenta que hay que contrarrestar el empuje de la bóveda, el de la cubierta de madera y la acción del viento, que a esa altura se hace notar, la doble disposición garantiza mayor seguridad. Como en los ejemplos anteriores, bajo el apoyo de los arbotantes los soportes interiores quedan en condiciones de recibir cargas básicamente verticales. Pero las acciones horizontales hay que transmitirlos al suelo, con lo que en los extremos de las secciones se formalizan estribos con ancho suficiente para canalizar los empujes. En el caso de Bourgues y Reims esto es tal como lo contamos. Sin embargo, en Amiens y Beauvais notamos cambios inteligentes y sutiles. Pueden notarse pequeñas columnas bajo los arbotantes junto a la nave principal y soportes intermedios junto a los estribos sólo en el caso de Beauvais. La aparición de estos nuevos elementos propicia el aligeramiento del estribo exterior y de los arbotantes al haber acortado sus luces.

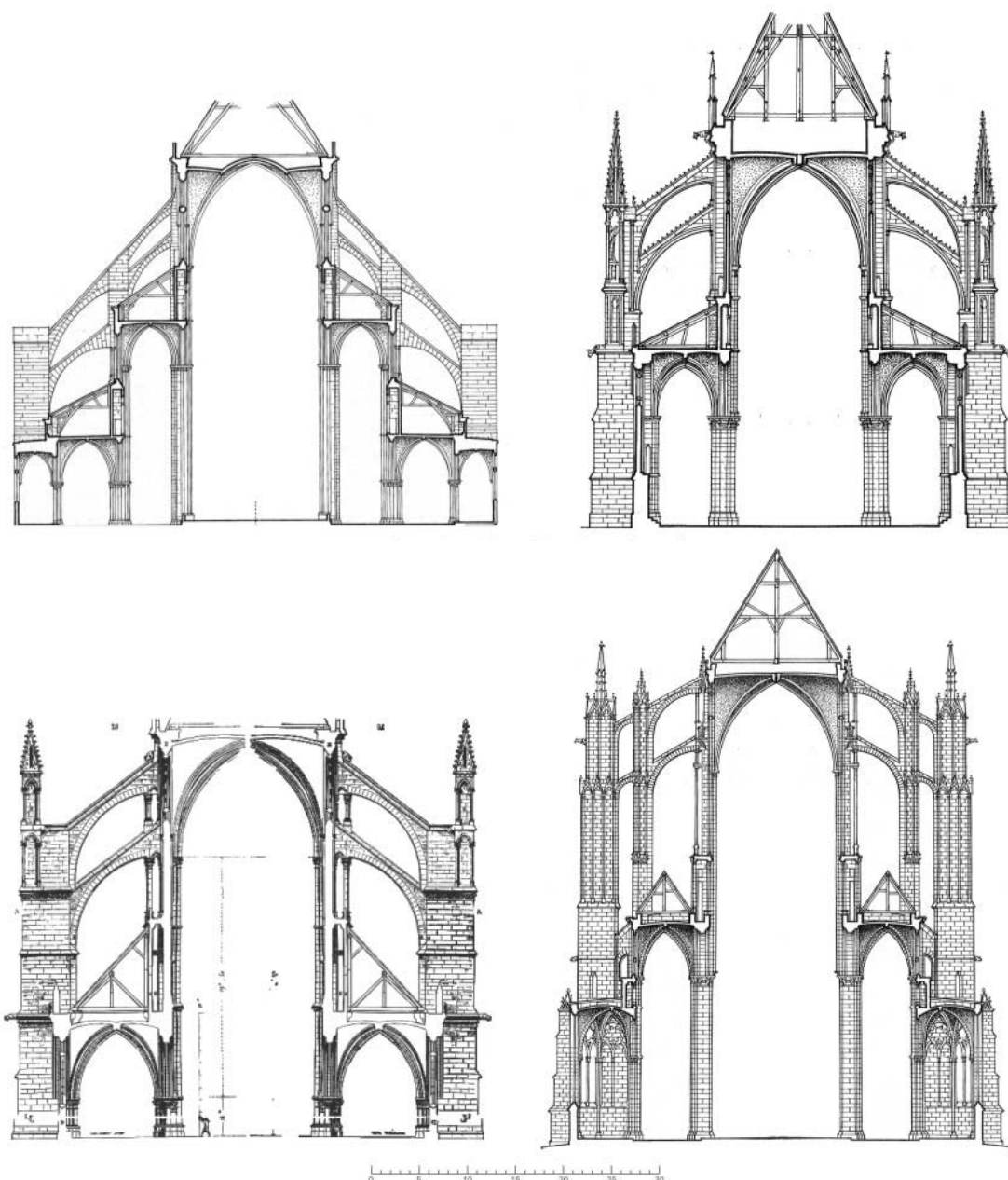


Fig.9. Secciones de las catedrales de Bourgues (i.1195), Reims (i.1215), Amiens (i.1220) y Beauvais (i.1225) (Acland)

En España encontramos ejemplos en donde la nave principal sube respecto a las laterales bastante menos distancia que los casos anteriores. De hecho, el arranque de las bóvedas de la nave central queda a la misma altura que las claves de las bóvedas laterales. Hemos seleccionado los casos de Toledo y Palma de Mallorca. Como se aprecia en la figura (v.g. Fig.10), las dimensiones de la de Palma (vano de 19,50 m y altura de 42,00 m) son muy superiores a las de Toledo (vano de 14,00 m y altura de 29,70). Las dos poseen arbotantes dobles y grandes estribos en los extremos. En la línea de lo que se comentaba en el párrafo anterior, en el caso de Toledo, al ser de cinco naves, el arbotante inferior tiene continuidad sobre la segunda nave colateral, quedando el superior sin continuidad y especializado en tareas de estabilizar frente a viento la nave principal.

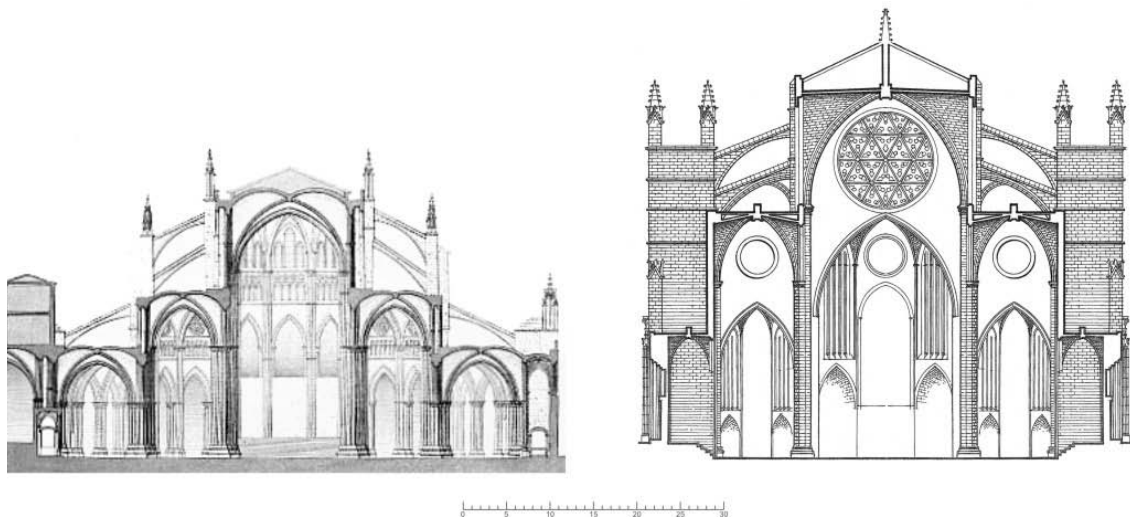


Fig.10. Secciones de las catedrales de Toledo (i.1224) y Palma de Mallorca (i.1300) (Acland)

Hay todavía un tipo más⁸, basándonos en la posición relativa del arranque de la bóveda de la nave principal respecto a las laterales, del que merece la pena hablar. Nos referimos al caso en que las claves de las naves laterales quedan por encima del arranque de la bóveda central. En España encontramos ejemplos en Valencia y Barcelona.

Como se observa en las secciones aportadas (v.g.Fig.11), los arbotantes (prácticamente innecesarios) parecen atrofiados. Por otro lado se observa una característica muy común del denominado Gótico Mediterráneo, como es la resolución de las cubiertas mediante azoteas sobre rellenos (de mayor o menor concreción) sobre el trasdós de las bóvedas. Esta solución constructiva permite aumentar el peso propio sobre las naves laterales, provocando así mejor contrarresto de la nave principal.

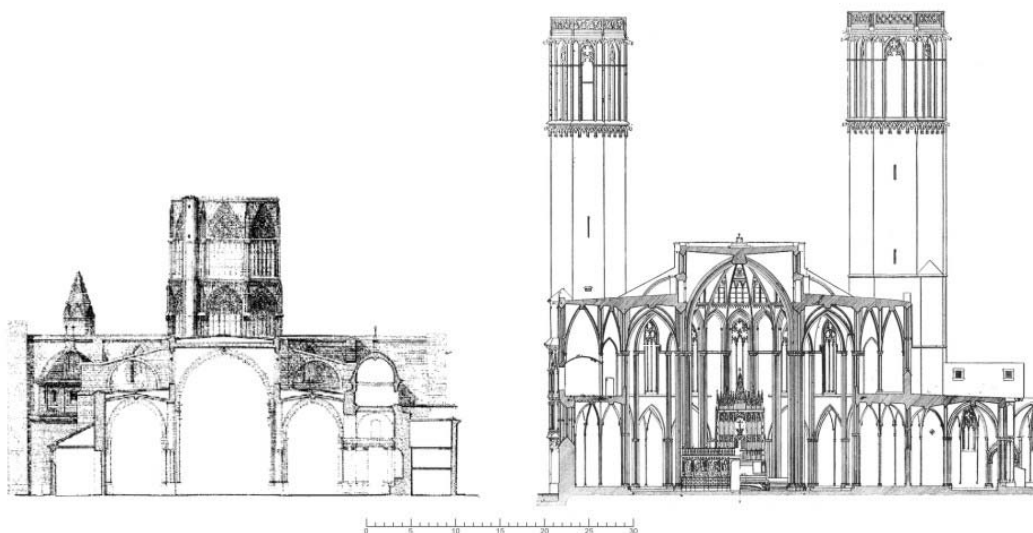


Fig.11. Secciones de las catedrales de Valencia (1262) y Barcelona (1298).

⁸ Realmente cabría nombrar aquellas iglesias que se construyeron con todas las naves a la misma altura. Pero lo hemos obviado intencionadamente.

La tabla siguiente compila las dimensiones y proporciones de las naves centrales y soportes de los templos referenciados junto a las dos versiones del de Sevilla.

TEMPLO	NAVES	NAVE CENTRAL			
		ALTURA NAVE	LUZ BÓVEDA (L)	ESPESOR PILAR (e)	e/L
LAON	3	26,20	13	1	0.08
REIMS	3	38,00	16	2.5	0.16
AMIENS	3	41,00	16	2.7	0.17
NOYON	3+2	23,10	8.8	1.2	0.14
BOURGES	3+2	37,20	15	2	0.13
BEAUVAIS	3+2	48,00	15.3	2.2	0.14
VALENCIA	3+2	18,00	12.2	2	0.16
BARCELONA	3+2	26,30	13.5	1.8	0.13
MALLORCA	3+2	42,00	19.5	2	0.10
TOLEDO	5	29,7	14	3.2	0.23
SEVILLA (ALMAGRO)	5	34,55	16.22	2.98	0.18
SEVILLA (BIDAURRETA)	5	37,69	17.61	3.28	0.19

Tabla 1. Dimensiones y relaciones dimensionales de los ejemplos analizados

La sección transversal de la Catedral de Sevilla.

Si tuviéramos que encajar la sección de la Catedral Hispalense (v.g. Fig.12) en alguno de los grupos anteriores, tendríamos, necesariamente, que hacer uno nuevo entre el grupo formado por las de Toledo y de Palma y el conformado por las de Valencia y de Barcelona, ya que comparte características con todos estos templos. Con la de Toledo y la de Palma comparte que su nave central arranca a la altura de las claves de las naves laterales. Sin embargo ambas poseen arbotantes dobles y la de Sevilla los posee simples.

Con las de Barcelona y Valencia comparte, aparte de los arbotantes simples, la solución de azoteas en todas las cubiertas, y por lo tanto la ausencia de sobrecubiertas de madera.

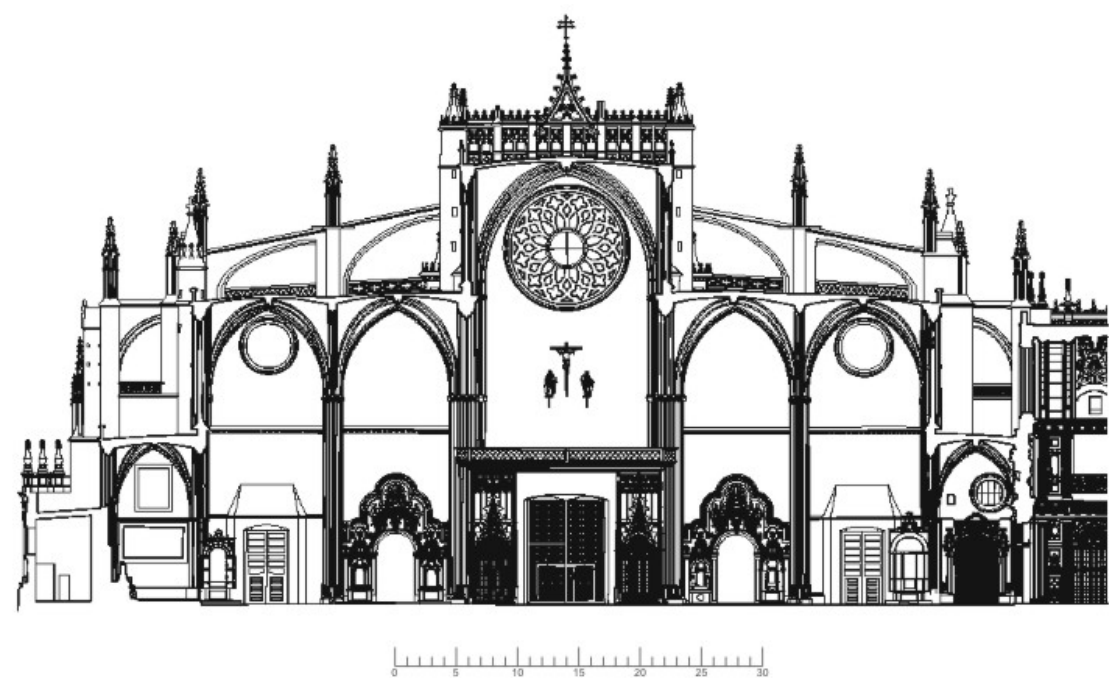


Fig.12. Sección de la catedral de Sevilla (A. Almagro)

En la tabla 1, se observa que el dimensionado de los soportes está próximo a 1/5 de la luz de la nave en planta, en la línea de la mayoría de templos analizados.

Lo que hace realmente interesante y única a la sección es la utilización de dos naves laterales a la misma altura a cada lado de la principal⁹. De este modo queda una superficie enorme transitable gravitando sobre bóvedas cuatrimpartitas. Esta superficie lleva siglos expuesta a la intemperie (cambios de temperatura, humedad, erosión, aves, intervenciones humanas, etc...) con lo que ello implica¹⁰. Sin embargo, su aumento de peso propio (como consecuencia de los rellenos dispuestos sobre el trasdós) proporciona un incremento de contrarresto frente a los empujes de las bóvedas de la nave principal.

Para analizar correctamente la sección es necesario conocer el mecanismo de empuje de las bóvedas. La primera cuestión que hay que aclarar es que no todas las bóvedas empujan del mismo modo. La geometría de la bóveda (el tipo de rampante condiciona el empuje), el tipo de apoyos y el tipo de carga son los parámetros que condicionan el comportamiento de las bóvedas. Hace años demostramos¹¹ que las bóvedas cuatrimpartitas que se trazan usando el radio de los ojivos como módulo para el trazado de todos los arcos de forma, reaccionan del mismo modo sobre sus apoyos independientemente de sus proporciones en planta.

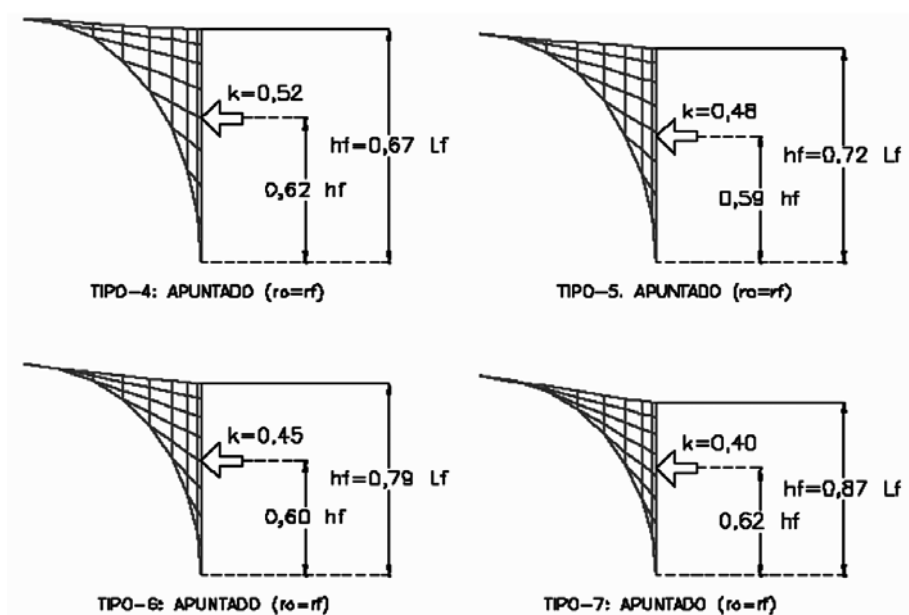


Fig.13. Empujes en bóvedas cuatrimpartitas cupuliformes (figura del autor).

En la figura anterior (v.g. Fig.13) se muestra el valor¹² del empuje y su posición respecto a la clave del arco forero para distintos tipos de bóvedas.

Los diagramas anteriores pueden sufrir cambios en función de la rigidez de los apoyos y sus contrarrestos. Si los apoyos ceden, los empujes bajan su punto de aplicación. En la figura siguiente (v.g. Fig.14) se muestran varios tipos de bóvedas (cuatrimpartitas, de terceletes con rampante llano, de terceletes con rampante curvo y de vuelta de

⁹ Hay antecedentes de naves a la misma altura en la Iglesia de Santa de Sevilla (1260). También está cubierta con una azotea. Gómez de Cózar 2001 y Gómez de Cózar 2009.

¹⁰ Actualmente trabajamos en una línea de investigación que analiza las cubiertas resueltas con azoteas en el ámbito Mediterráneo. Uno de los problemas que se estudia es la evacuación de aguas pluviales.

¹¹ Gómez de Cózar 2001 y Gómez de Cózar 2009.

¹² El valor (k) indica la relación entre la reacción horizontal (empuje) y la vertical.

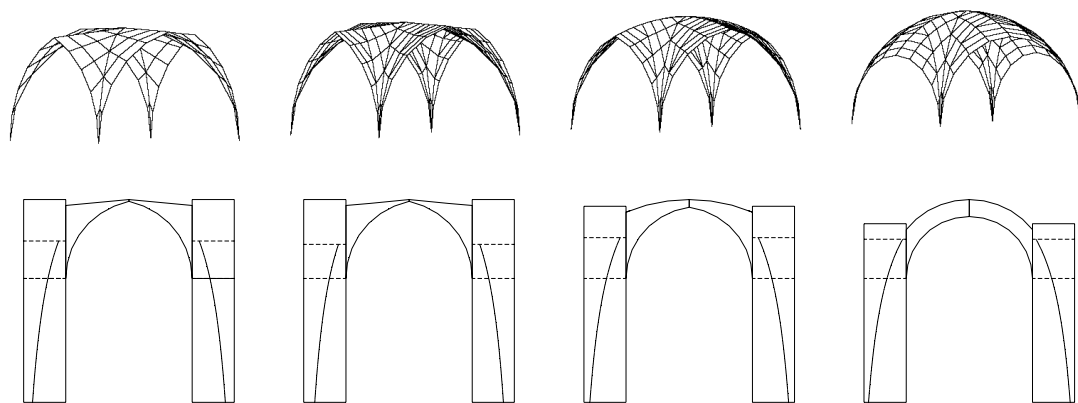


Fig.14. Empujes para distintos tipos de bóvedas (figura del autor).

diagonal¹³) apoyadas sobre el mismo tipo de estribo. Puede observarse como cada una empuja de un modo distinto y a una altura diferente.

Por sus proporciones en planta (4:7-2:3), las bóvedas de la nave central corresponden al tipo 7 de las representadas en la figura 13. Al ser de tipo cupuliforme, tienen las claves de los arcos formeros bastante más bajas que la clave polar. Este motivo, junto con la ausencia de cubierta de madera, justifica el uso de un arbotante simple apoyado a dos tercios de la altura del arco formero. Como se verá, para acciones gravitatorias el uso de éstos parece innecesario. Sin embargo, para acciones de viento y como elemento de mantenimiento de la continuidad en toda la sección transversal, son muy necesarios.

Esta idea de continuidad se ha formalizado con muros diafragmas dispuestos sobre los arcos formeros y perpiaños enjarjados con los estribos y los arbotantes. Así se encapsulan los rellenos sobre el trasdós de las bóvedas (sobre todo en las naves bajas) y la construcción resultante proporciona una respuesta más segura frente a episodios sísmicos¹⁴ (v.g. Fig. 15 y 16).



Fig.15. Diafragmas en las cubiertas de la nave principal (fotografía de R. Benítez)

¹³ A partir de la aparición del tercelete, el posicionado de la altura de sus claves provoca cambios en el rampante de las bóvedas. Estos cambios alteran su comportamiento mecánico quedando al final transformadas en bóvedas baídas con nervaduras superpuestas (tardogóticas).

¹⁴ Casinello 2005.



Fig.16. Trasdós de las cubiertas de las Naves Laterales de la Catedral de Sevilla (fotografía de R. Benítez)

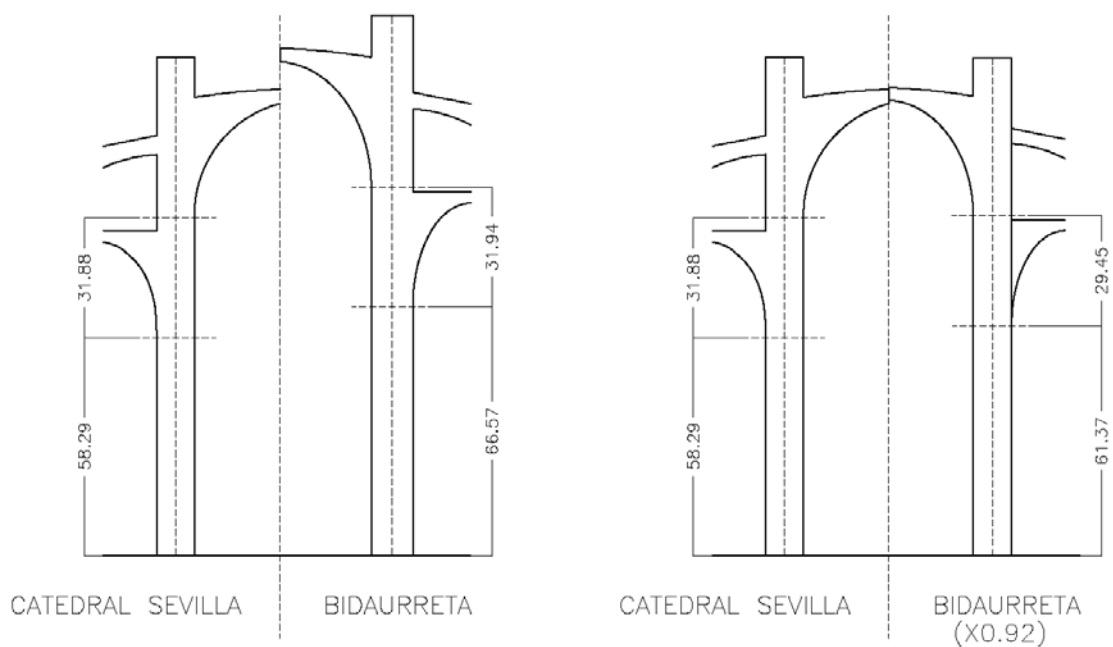


Fig.17. Comparacion de alturas de arranques de las bovedas (dibujo del autor)

Como veíamos en la introducción, las dimensiones de Catedral de Sevilla podrían haber sido otras. Aunque la variación de altura es pequeña (unos tres metros) cabe

cuestionarse sobre la diferencia de comportamiento entre el primer diseño y el que finalmente se construye.

Para el análisis nos hemos centrado en los soportes de la nave principal. Se han utilizado modelos vectoriales ya que permiten obtener gráficamente las condiciones de estabilidad del soporte analizado¹⁵. En principio, no se tendrá en cuenta el uso de arbotantes.

Considerando que se intentó construir un templo proporcional al del diseño inicial, en primer lugar se ha procedido a comparar la proporcionalidad entre las dos secciones. Como se observa en la figura 17, si en planta eran suficientemente proporcionales, en altura no. Las naves laterales están algo más de dos pies más bajas de lo que les hubiera correspondido por proporción. Esta desviación provoca que la distancia entre el arranque de bóvedas bajas y el de las bóvedas altas sea prácticamente igual en las dos secciones.

El análisis de la sección del plano de Bidaurreta ofrece una línea de fuerzas interior,

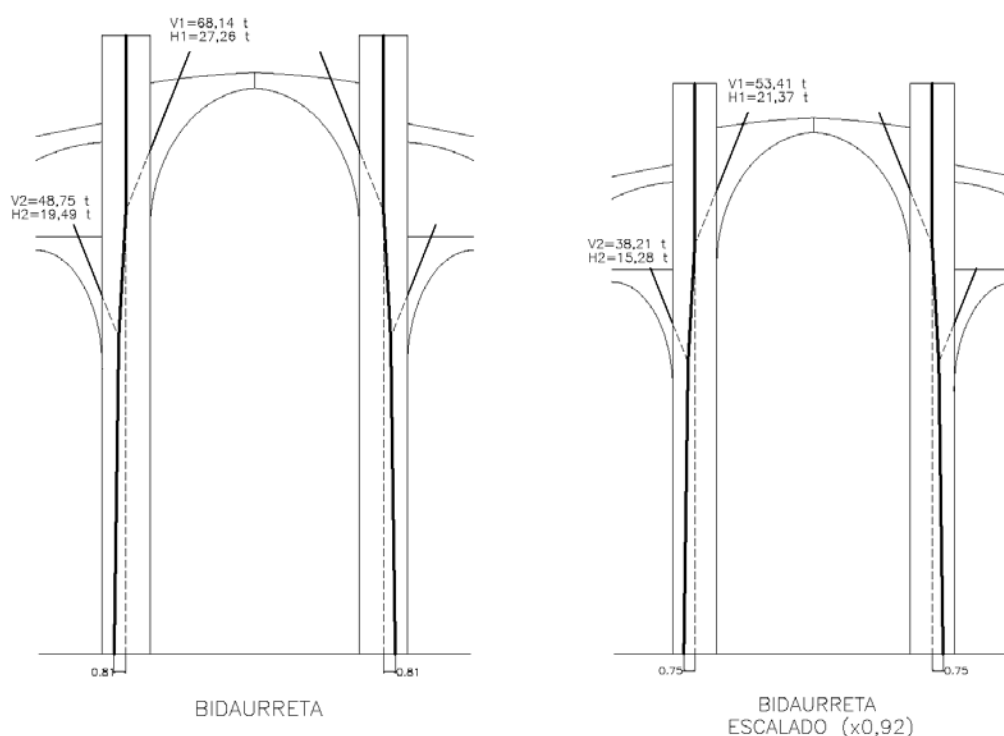


Fig.18. Líneas de fuerzas en la sección de Bidaurreta. Real y escalada (figura del autor)

por lo tanto estable, separada 81,50 cm del eje del soporte (v.g. Fig.18).

Una de las ventajas de los trazados vectoriales es que si se escalan, los resultados son válidos. Por lo tanto si se escala el modelo anterior por el mismo factor de conversión entre sección original y definitiva (de valor 0,92), el modelo resultante muestra el comportamiento de la sección proporcionada (v.g. Fig.18).

En este caso, el desvío de la fuerza es de 75,00 cm que se corresponde con el valor anterior multiplicado por el coeficiente de proporcionalidad.

Con estos resultados, debería ser evidente que la sección escalada se comporta mejor que la original. Aunque aparentemente las dos secciones trabajan igual, la proporcionalidad establecida implica, desde un punto de vista tensional, disminuir

¹⁵ Se ha considerado una densidad media de los materiales de $18,00\text{ KN/m}^3$, un espesor de plementos de 0,20 m y un espesor medio de rellenos sobre las bóvedas bajas de 0,75 m.

linealmente la tensión¹⁶. La demostración de esto último es bastante sencillo (v.g. Fig.19). Si la tensión se obtiene dividiendo fuerzas entre secciones resistentes, el factor de proporción entre las secciones opera al cuadrado y de las fuerzas al cubo. Con lo que la tensión final es α veces la inicial, siendo el factor de proporción lineal.

$$\sigma_1 = \frac{P}{A}$$

$$\sigma_2 = \frac{\alpha^3 P}{\alpha^2 A} = \alpha \frac{P}{A} = \alpha \sigma_1$$

Fig.19. Relación entre tensiones de modelos a escala (formulación del autor)

Por lo tanto el análisis anterior pone de manifiesto que la sección reducida proporcionada se comporta mejor que la inicial. Veamos que sucede cuando se analiza la sección final con los arranques de las bóvedas a las alturas definitivas. Antes de proceder con el análisis, es necesario preguntarse si es necesario escalar el espesor del elemento. Teniendo en cuenta sus dimensiones habituales, unos 20,0 cm, no parece que tenga sentido escalarlo. Si se mantiene su espesor en todos los modelos, en el de la sección actual de la Catedral provocará un efecto mayor.

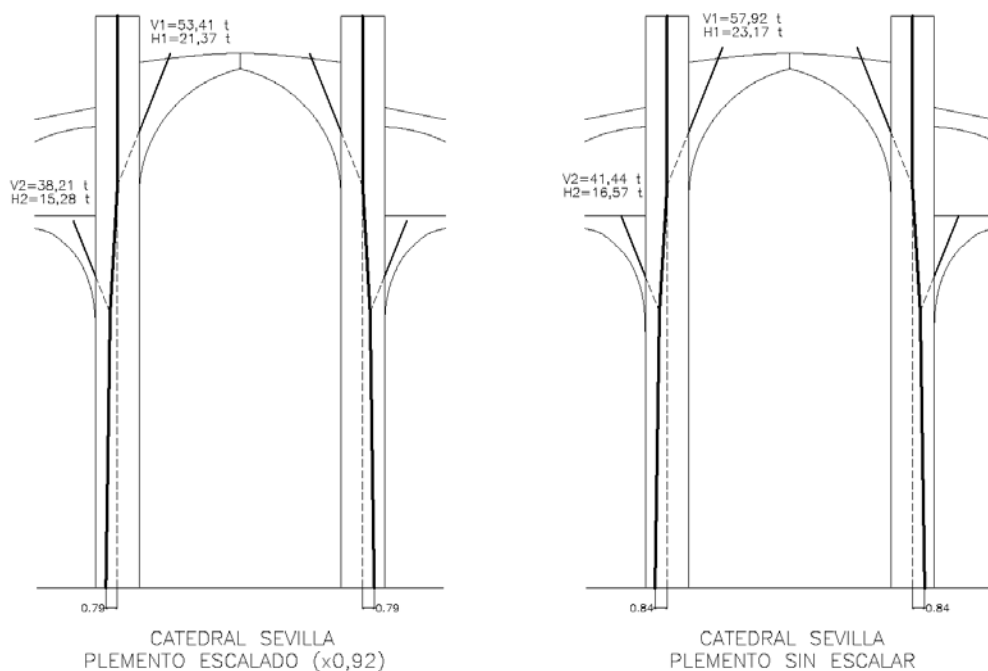


Fig.20. Líneas de fuerzas en la sección de Catedral de Sevilla. (figura del autor)

Como se observa, el modelo con el plemento escalado presenta resultados muy similares a los analizados anteriormente (v.g. Fig.20).

¹⁶ “[...], dibujemos la figura de un hueso alargado solamente tres veces más de lo que era, pero habiendo aumentado su grosor en tal proporción que pudiese realizar en el animal más grande la función que correspondería al hueso más pequeño también en el animal más pequeño. Por las figuras podéis ver que desproporcionada es la figura del hueso agrandado. De aquí se deduce que quien quisiera mantener en su inmenso gigante las proporciones que se dan entre los miembros de un hombre normal, tendría o bien que encontrar un material mucho más duro y resistente para formar así los huesos, o bien admitir una disminución de su potencia en relación con la de los hombres de estatura normal; de otro modo, si su altura creciese de manera desmesurada, acabaría derrumbándose bajo su propio peso”.

Galileo Galilei, Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias, 1688.

Sin embargo, cuando se introducen las cargas, probablemente, más reales se obtienen resultados ligeramente más desfavorables que los anteriores aunque perfectamente admisibles.

Con lo que podemos concluir que la sección del Plano de Bidaurreta no sólo es factible sino que, además, propone un reparto vertical de proporciones entre los elementos de mejor comportamiento que el finalmente construido.

La reducción definitiva impuesta, aunque trabaja ligeramente peor, consigue aligerar casi α^3 veces el volumen de piedra a emplear.

Todo el análisis anterior se ha realizado sin tener en cuenta la presencia del arbotante. Con lo que queda claro que, para acciones gravitatorias, no es necesario su presencia. Sin embargo, hemos querido valorar su influencia favorable para poder compararlo con los modelos anteriores.

Como se observa en la figura 21, la aparición del arbotante mejora bastante el

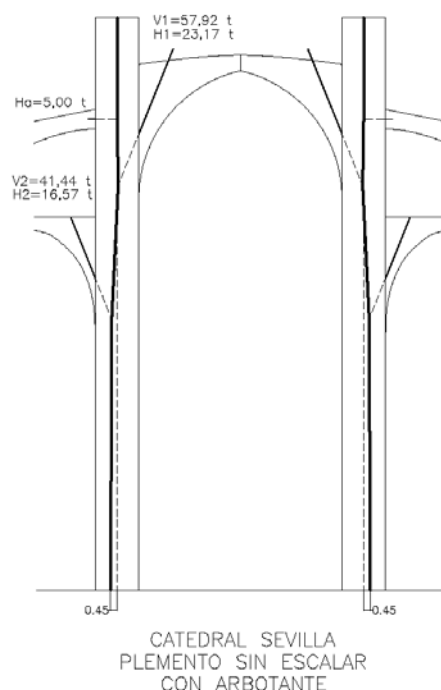


Fig.21. Líneas de fuerzas en la sección de Catedral de Sevilla. Influencia del arbotante (figura del autor)

comportamiento del soporte, reduciendo casi a la mitad la distancia del desvío de la fuerza en la base del soporte.

La tabla siguiente resume de forma numérica los valores de acciones utilizados y los resultados que se han obtenido¹⁷. Como no podría ser de otra forma los valores de exc/e coinciden en los dos primeros casos y aumentan ligeramente en los dos siguientes.

¹⁷ Siendo e el espesor del soporte en metros; V1, H1, V2 y H2 las acciones que transmiten las bóvedas; exc la distancia de la reacción sobre la base del soporte al eje de éste en metros y exc/e el aprovechamiento del soporte. Si exc/e>0,5 el soporte no es estable.

Modelo	e	V1	H1	V2	H2	exc	exc/e
Bidaurreta	3.28	68.14	27.26	48.75	19.49	0.815	0.249
Bidaurreta escalado	3.02	53.41	21.37	38.21	15.28	0.752	0.249
Actual (Plemento escalado)	2.98	53.41	21.37	38.21	15.28	0.790	0.265
Actual	2.98	57.92	23.17	41.44	16.57	0.840	0.282
Actual con arbotante	2.98	57.92	23.17	41.44	16.57	0.449	0.151

Tabla 2. Resumen de los resultados obtenidos

Conclusiones.

Si la adaptación del plano de Bidaurreta a la realidad construida hubiera sido una reducción proporcional, a efectos de acciones gravitatorias, se habría mejorado el nivel tensional de la fábrica a razón del coeficiente de proporcionalidad.

La adaptación final realizada está próxima a esa reducción proporcional, con lo que finalmente se ha reducido el peso total de la fábrica casi 0,80 veces.

Los problemas que han acontecido a los pilares de la Catedral de Sevilla a lo largo del tiempo no han tenido que ver con su dimensionado, sino con otro tipo de acciones (de índole sísmica) y, sobre todo con su configuración constructiva basada en anillos de piedra con un relleno interior.

Para este tipo de edificios basados en un dimensionado y geometría correctos, la acertada elección de los materiales y procedimientos constructivos y su relación con el paso del tiempo son los factores predominantes a la hora de garantizar su duración.

Como se ha visto en la evolución analizada, el caso de Sevilla pone de manifiesto la capacidad del gótico para adaptarse a todo tipo de situaciones. En este caso se ha buscado ligereza en la nave principal elevada (donde es necesario) y se ha aumentado el peso propio en las naves laterales conformando azoteas y proporcionando un aumento del contrarresto. Con lo que se ha obtenido un beneficio de una configuración constructiva necesaria.

Desgraciadamente, las reglas de dimensionado gótico se perdieron en el tiempo y fueron sustituidas por *proporciones vitrubianas* que quizás elevaron algún espíritu pero nunca más la búsqueda de la ligereza.

La aparición del hormigón armado, siglos después, continuó esa tendencia. Sólo las mallas de elementos bien entendidas podrán continuar esa tradición.

En fin, el tiempo lo dirá.

Epílogo: regla de dimensionado de estribos para el empuje de cualquier bóveda.

Hace años que busco formas que construidas con los materiales correctos, proporcionen estabilidad y resistencia a las construcciones que realizo. En la actualidad el mundo de la imagen, de lo visual, ha impuesto una arquitectura que en su resolución se separa de lo anterior. Las formas ya no se eligen por su ligereza y bondad de comportamiento. Se eligen por su imagen, en muchos casos sin saber, aún, que materiales se van a emplear y como se van a construir.

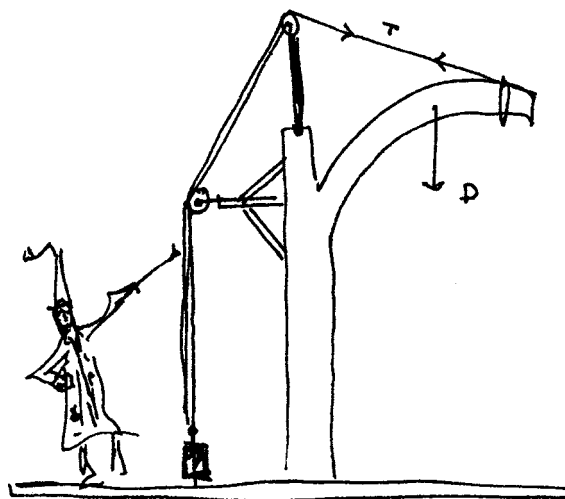


Fig.22. *Artificio mágico para contener empujes de arcos (dibujo del autor)*

Buscar en la antigüedad, sobre todo en el gótico, modos de actuar presenta ventajas enormes. Comprender la jerarquía entre las nervaduras y el plemento, su disposición, el orden constructivo, etc... ayuda enormemente a afrontar la construcción de edificios en la actualidad. Aunque éstos se construyan con materiales y procedimientos diferentes a los antiguos, no hay mejor base de datos en materia de *adaptar mallas de barras* a todo tipo de entornos y situaciones.

Uno de los mayores errores que los arquitectos cometen en la actualidad es pensar que el cálculo solucionará cualquier diseño. Un mal diseño es insalvable. En un buen diseño el cálculo permitirá optimizar la solución. Dentro de este ámbito las reglas de predimensionado, el orden de magnitud y el conocimiento del comportamiento mecánico de las geometrías básicas (planas, cilíndricas, doble curvatura sinclástica y anticlástica) permiten diseñar con libertad y seguridad. No hay mejor elemento de control formal que aquel que está relacionado con la geometría, con los materiales y con las acciones que reciben. De este modo, cuando se dibuja una forma no sólo es importante su color y textura (que lo son) sino sus dimensiones a efectos de composición y de comportamiento mecánico. Aprender a dimensionar correctamente puede aligerar enormemente el peso propio de un edificio. Creemos que no hay mejor criterio de ecoeficiencia que construir de un modo ligero ya que así la cimentación es escasa, el transporte se reduce, los elementos se pueden prefabricar y así controlar mejor, etc...

En la Edad Media se funcionó con un conjunto de reglas empíricas cerrado que mediante relaciones geométricas permitían construir de un modo seguro. En el gótico, hasta mediados del siglo XIII se llegó a tal control que por primera vez en la historia de la humanidad las edificaciones se aligeraron como nunca. Lo que hubo antes y lo que vino después no tuvo nada que ver. Sólo el uso de aleaciones metálicas y de espumas ha permitido, en la actualidad, aligerar las construcciones. Aunque no creemos que lo que construimos ahora dure siglos (afortunadamente).

Una de las reglas fundamentales era el dimensionado de estribos para recibir el empuje de las bóvedas. Todos los tratadistas antiguos coinciden en que el ancho de un estribo debe estar comprendido entre $1/3$ y $1/5$ dependiendo del tipo de arco o bóveda apoyado. Quizá el valor que con más frecuencia se ha utilizado sea el de $1/4$ ¹⁸.

¹⁸ Vadillo, 2010.

Hace unos diez años desarrollamos la formulación que presentamos a continuación. Mediante ésta puede obtenerse el ancho de cualquier estribo para cualquier tipo de bóveda o arco que grave sobre él.

Siendo V y H la carga vertical y horizontal que solicitan al estribo, h la altura del estribo y W su peso propio (se obtiene a partir de las dimensiones y de la densidad del material con el que se construye el estribo, ϕ), será necesario un ancho e para que el estribo no vuelque según la siguiente relación:

$$Ve + W \frac{e}{2} = Hh$$

$$W = \phi h e b \rightarrow Ve + \frac{\phi h b}{2} e^2 = Hh$$

De la expresión anterior tomamos el valor positivo de e, resultando la expresión siguiente:

$$e = \frac{-V + \sqrt{V^2 + 2\phi h^2 b H}}{\phi h b}$$

Operando, la expresión anterior se transforma en:

$$e = \frac{-V}{\phi h b} + \sqrt{\frac{V^2}{\phi^2 h^2 b^2} + \frac{2H}{\phi b}}$$

Una cuestión bastante interesante es que podemos obtener el límite de la expresión anterior cuando h tiende a infinito o lo que es lo mismo, el valor máximo del ancho del estribo cuando su altura (y por lo tanto su peso W) es enorme al compararla con el resto de valores. Esta situación provocará que la otra acción vertical (V acción sobre el estribo) se desprece.

Se obtiene, entonces:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \left(e = \frac{-V}{\phi h b} + \sqrt{\frac{V^2}{\phi^2 h^2 b^2} + \frac{2H}{\phi b}} \right) = \sqrt{\frac{2H}{\phi b}}$$

Como decíamos el resultado coincide con el que se obtiene cuando se elimina V de las expresiones iniciales¹⁹.

Esta sencilla expresión sirve perfectamente para tanteos iniciales y para casos en donde las proporciones del estribo sean enormes. Para el resto de casos se seguirá aplicando la expresión inicial.

Es posible estimar para cada tipo de bóveda o arco la relación existente entre H y V. Si la denominamos α , H será igual a αV . Sustituyendo se obtiene lo siguiente:

¹⁹ Este resultado es el mismo que obtiene el profesor Heyman en su trabajo Cálculo de estribos de puentes de fábrica (Heyman, 1995)

$$e = \frac{-V + \sqrt{V^2 + 2\phi h^2 b \alpha V}}{\phi h b}$$

$$e = \frac{V}{\phi h b} \left(\sqrt{1 + \frac{2\phi h^2 b \alpha}{V}} - 1 \right)$$

La expresión anterior es definitiva. Quizá lo más complicado sea obtener el valor de α . La tabla siguiente aporta valores para diversos tipos de bóvedas²⁰.

Tipo de elemento	Superficie real	α
Bóveda gótica cuatrimpartita	Sr=1,22 Sp	0,5
Bóveda de terceletes	Sr= 1,22 Sp	0,35
Bóveda de combados	Sr= 1,23 Sp	0,30
Arco rebajado		1
Arco de medio punto		0,5
Arco apuntado		0,28

Tabla 3. Relaciones de empujes

Si aplicamos las expresiones anteriores para el caso de los soportes centrales de la Catedral, suponiendo que no hay naves laterales, se obtienen un valor para el soporte de 3,40 m (V= 53,41 t; H=21,37 t; h=31,34 m).

El valor, que corresponde a 1/5 de la luz entre soportes, muy próximo al real, evidencia que ésta fue la regla que se utilizó para el dimensionado de éstos y que con estas dimensiones los soportes son prácticamente capaces de canalizar y resistir las acciones gravitatorias de las bóvedas altas sin necesidad de ningún elemento más. Con lo que, como decíamos, la sección transversal de la Catedral de Sevilla es muy estable. Esperemos que el paso del tiempo lo siga demostrando.

²⁰ La superficie real (Sr) obtenida a partir de la superficie proyectada en planta (Sp), permite conocer el peso propio de la bóveda con facilidad.

Referencias bibliográficas.

- Aa.Vv. (2007). *Actas del Simposium Internacional sobre la Catedral de Sevilla en el contexto del gótico final. Tomo 1: Ponencias.* Sevilla: Cabildo de la Santa, Metropolitana y Patriarcal Iglesia Catedral de Sevilla. Turris Fortísima (Joaquín Pérez Díez).
- Aa.Vv. (2007). *Actas del Simposium Internacional sobre la Catedral de Sevilla en el contexto del gótico final. Tomo 2: Comunicaciones.* Sevilla: Cabildo de la Santa, Metropolitana y Patriarcal Iglesia Catedral de Sevilla. Taller Dereçeo.
- Acland, J.H. (1972). *Medieval Structures: the gothic vault.* Toronto: University of Toronto Press.
- Alonso Ruiz, B. y Jiménez Martín, A. (2009). *La Traça de la Iglesia de Sevilla.* Sevilla: Cabildo Metropolitano y Taller Dereçeo.
- Alonso Ruiz, B. y Jiménez Martín, A. (2009). *La traza guipuzcoana de la catedral de Sevilla.* Actas del sexto Congreso Nacional de historia de la Construcción. Vol. 1. Valencia: Instituto Juan de Herrera.
- Almagro Gorbea, A. et al. (2007). *Atlas arquitectónico de la Catedral de Sevilla.* Sevilla-Granada: Cabildo de la Santa, Metropolitana y Patriarcal Iglesia Catedral de Sevilla. Escuela de Estudios Árabes, C.S.I.C.
- Benítez Bodes, R. (2007). *Notas sobre la evacuación de aguas pluviales en la Catedral de Sevilla.* Sevilla: Actas del Simposium Internacional sobre la Catedral de Sevilla en el contexto del gótico final. Tomo 2: Comunicaciones. Taller Dereçeo.
- Casinello, P. (2005). *Influencia de los terremotos históricos en la construcción de las catedrales góticas españolas.* Annali di architettura. Vicenza: C.I.S.A. Palladio.
- Castro Villalba, A. (1996). *Historia de la construcción medieval. Aportaciones.* Quaderns d'arquitectes, 15. Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña.
- Choisy, A. (1997). *El Arte de Construir en Bizancio.* Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Chueca Goitia, F. (1965). *Historia de la Arquitectura Española. Edad Antigua y Edad Media.* Madrid: Editorial Dossat.
- Fitchen, J. (1965). *The construction of gothic cathedrals.* Oxford.
- Gómez de Cózar, J. C. (2001). *Análisis de estructuras espaciales de fábrica (bóvedas y Cúpulas) en construcciones históricas. Las bóvedas de nervaduras del Reino de Sevilla (ss. XIII-XV).* Tesis doctoral inédita. Sevilla.
- Gómez de Cózar, J. C.; Benítez Bodes, R. (2008). *Las soluciones inconclusas de las cubiertas de los templos medievales del Reino de Sevilla, España.* En: Informes de la Construcción, vol. 60, num. 509, enero-marzo.
- Gómez de Cózar, J. C. (2009). *Cul-de-Lampe: adaptación y disolución del gótico en el Reino de Sevilla.* Colección Textos de Doctorado. Sevilla: Secretariado de Publicaciones Universidad de Sevilla.
- Harvey, J. (1958). *Mediaeval design.* Londres: Transaction of the Ancient Monument Society, New Series 6.
- Heyman, J. (1995). *Teoría, Historia y Restauración de Estructuras de Fábrica.* Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Jiménez Martín, A., y Pérez Peñaranda, I. (1997). *Cartografía de la Montaña Hueca. Planimetría histórica de la Catedral de Sevilla.* Sevilla: Cabildo Metropolitano.
- Jiménez Martín, A., y Pinto Puerto, F. (2003). *Levantamiento y análisis de edificios. Tradición y Futuro.* Sevilla: Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Sevilla. Instituto Universitario de Ciencias de la Construcción.
- Jiménez Martín, A., et al. (2006). *La Catedral gótica de Sevilla. Fundación y fábrica de la obra nueva.* Sevilla: Secretariado de publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- Jiménez Sancho, A. (2000). *Rellenos cerámicos en las bóvedas de la catedral de Sevilla.* Actas del tercer Congreso Nacional de historia de la Construcción. Vol. 2. Sevilla: Instituto Juan de Herrera.

- Lampérez y Romea, V. (1909). *Historia de la arquitectura Cristiana Española en la Edad Media*. Tomos I y II. Facsímil 1999. Valladolid: Junta de Castilla y León.
- Mira, E. y Zaragoza Catalán, A. (2003). *Una arquitectura gótica mediterránea : [exposición]*. Valencia: Generalitat Valenciana, Conselleria de Cultura i Educació, Subsecretaria de Promoció Cultural.
- Ortega Andrade, F. (1993) *Historia de la construcción*. Las Palmas de Gran Canaria: Servicio de publicaciones de la Universidad de las Palmas.
- Pinto Puerto, F. (2006). *Fábrica y forma del templo gótico*. En: La Catedral gótica de Sevilla. Fundación y fábrica de la obra nueva. Sevilla: Secretariado de publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- Pinto Puerto, F. (2009). *Los sistemas de control formal de la fábrica en el gótico: la manifestación de los primeros cambios de la traza de la catedral hispalense, 1433-1440*. Actas del sexto Congreso Nacional de historia de la Construcción. Vol. 2. Valencia: Instituto Juan de Herrera.
- Pinto Puerto, F. (2009). *La construcción de la catedral de Sevilla*. Sevilla: Actas del Simposium Internacional sobre la Catedral de Sevilla en el contexto del gótico final. Tomo 1: Ponencias. Cabildo de la Santa, Metropolitana y Patriarcal Iglesia Catedral de Sevilla. Turris Fortísima (Joaquín Pérez Díez).
- Torres Balbás, L. (1952). *Arquitectura Gótica*. En Historia Universal del Arte Hispánico Ars Hispaniae. Tomo VII. Madrid: Plus-Ultra.
- Vadillo Rojas, J. G. (2010). *La construcción de bóvedas de fábrica en Nueva España. Siglo XVI*. Tesis doctoral inédita. Sevilla.
- Viollet-le-Duc, E. (1996). *La construcción medieval. El artículo "Construcción" del Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI^e au XVI^e siècle*. Editado por Enrique Rabasa Díaz y Santiago Huerta Fernández. Madrid: Instituto Juan de Herrera. Viollet-le-Duc, E. 1845.
- Viollet-le-Duc, E. (1875). *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI^e au XVI^e siècle*. París: Morel y C^{ie}, éditeurs.
- Zaragoza Catalán, A. (2007). *Lenguaje gótico, tradiciones constructivas tardorromanas, e inspiración bíblica: consideraciones sobre el gótico mediterráneo y la catedral de Sevilla*. Sevilla: Actas del Simposium Internacional sobre la Catedral de Sevilla en el contexto del gótico final. Tomo 1: Ponencias. Cabildo de la Santa, Metropolitana y Patriarcal Iglesia Catedral de Sevilla. Turris Fortísima (Joaquín Pérez Díez).